Единая экзаменационная работа по математике

для поступающих в восьмые профильные классы
тренировочный вариант Б (менее сложный)

$\boxed{1}$ Вычислите: $\dfrac{3^5-5^3}{3^3-5^2}$.

$\boldsymbol{\dfrac{3^5-5^3}{3^3-5^2}=\dfrac{243-125}{27-25}=\dfrac{118}{2}=59}$.

Задача внешне похожа на задания, где надо применить какие-то свойства степеней. В действительности тут применить ничего не удастся, да это и не нужно.

$\boxed{2}$ Турист за 4 часа поднялся на перевал и за 1 час спустился к новой стоянке. Его скорость на подъеме была на 2 км/ч меньше, чем на спуске. Всего он прошел 12 км. Найдите скорость туриста на спуске.

Если скорость на спуске $\boldsymbol{v}$ *км/ч, на подъёме* $\boldsymbol{(v-2)}$ *км/ч, то* $\boldsymbol{12=4(v-2)+1\cdot v}$, *откуда* $\boldsymbol{20=5v}$, *то есть* $\boldsymbol{v=4}$. *Ответ:* $\boldsymbol{4}$ *км/ч.*

$\boxed{3}$ Представьте в виде произведения трёх многочленов: $3t-2m^3-3m^3t+2$.

$\boldsymbol{3t-2m^3-3m^3t+2=3t(1-m^3)+2(1-m^3)=(3t+2)(1-m^3)=(3t+2)(1-m)(1+m+m^2)}$.

$\boxed{4}$ На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отмечены соответственно точки M и N так, что $AM=NC$. Отрезки AN и CM пересекаются в точке E. Докажите, что $EM=EN$.

$\boldsymbol{\angle BAC=\angle BCA}$ *как углы при основании. Поэтому треугольники* $\boldsymbol{AMC}$ *и* $\boldsymbol{CNA}$ *равны по первому признаку (*$\boldsymbol{AM=CN}$ *по условию,* $\boldsymbol{AC}$ *общая и* $\boldsymbol{\angle BAC=\angle BCA}$*). Отсюда* $\boldsymbol{\angle AMC=\angle CNA}$. *Теперь получаем равенство треугольников* $\boldsymbol{AME}$ *и* $\boldsymbol{CNE}$, *у которых равны углы* $\boldsymbol{\angle AME}$ *и* $\boldsymbol{\angle CNE}$ *по доказанному, равны углы при вершине* $\boldsymbol{E}$ *как вертикальные, а тогда и* $\boldsymbol{\angle MAE=\angle NCE}$ *из суммы углов треугольника. Тогда* $\boldsymbol{EM=EN}$ *как соответственные стороны этих треугольников.*

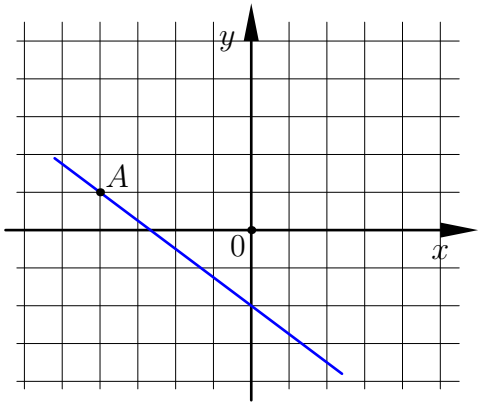
$\boxed{5}$ Бочонок был заполнен водой на треть. Когда в него долили литр воды, он стал заполнен водой на $\frac{3}{8}$. Сколько литров воды нужно ещё долить в бочонок, чтобы заполнить его наполовину?

По условию $\boldsymbol{\frac{3}{8}-\frac{1}{3}=\frac{1}{24}}$ *объёма бочонка составляет* $\boldsymbol{1}$ *литр. Значит, объём бочонка* $\boldsymbol{24}$ *л, сейчас в нём* $\boldsymbol{\frac{3}{8}\cdot 24=9}$ *л, до половины (то есть до* $\boldsymbol{12}$ *л) надо долить ещё* $\boldsymbol{3}$ *литра воды. Ответ:* $\boldsymbol{3}$ *л.*

$\boxed{6}$ Задайте формулой линейную функцию, график которой параллелен прямой $y=3-0,75x$ и проходит через точку $A(-4\,;\,1)$. Постройте её график. Определите координаты точек, в которых этот график пересекает оси координат.

Раз графики параллельны, то угловой коэффициент в нашем случае такой же, то есть уравнение нашей функции имеет вид $\boldsymbol{y=-0,75x+b}$. *Для нахождения* $\boldsymbol{b}$ *подставим координаты точки* $\boldsymbol{A}$: $\boldsymbol{1=-0,75\cdot(-4)+b=b+3}$. *Это значит, что* $\boldsymbol{b=-2}$ *и формула такова:* $\boldsymbol{y=-0,75x-2}$.

Для построения графика достаточно ещё одной точки, например $\boldsymbol{(0\,;\,-2)}$. *График этой функции — прямая линия.*

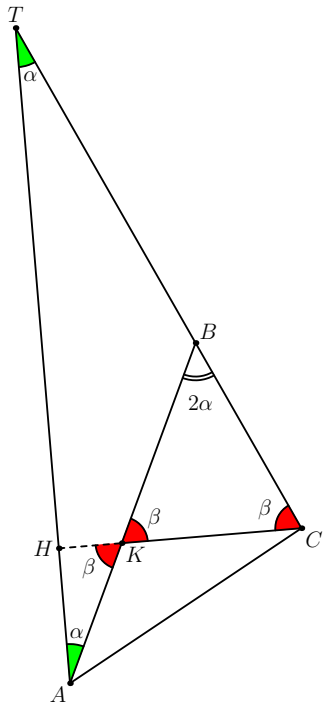


Точку пересечения с осью ординат мы уже вычислили — это $\mathbf{(0\,;\,-2)}$. *Чтобы найти точку пересечения с осью абсцисс нужно решить уравнение* $\boldsymbol{-0,75x-2=0}$. *Получаем* $\boldsymbol{x=-\frac{8}{3}}$, *то есть это точка* $\left(\boldsymbol{-\frac{8}{3}\,;\,0}\right)$.

$\boxed{7}$ Электронные часы показывают время — от 00 : 00 до 23 : 59. Сколько времени в течение суток на табло часов горит хотя бы одна единица?

Сутки делятся на **24** *часа. Ровно половина этих часовых промежутков единица горит среди первых двух цифр. Это часы 01, 21, а также десять часов с 10 по 19. Среди оставшихся двенацати часовых промежутков нас интересуют минуты 01, 21, 31, 41, 51, а также десятиминутка с 10 по 19, то есть* **15** *минут — четверть каждого часа. Итого* $\boldsymbol{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{8}}$. *Ответ:* $\boldsymbol{\frac{5}{8}}$.

$\boxed{8}$ На стороне AB треугольника ABC отметили точку K так, что $KB=BC$, а на продолжении стороны BC за точку B отметили точку T так, что $AB=BT$. Докажите, что прямые AT и CK перпендикулярны.



По условию треугольники $\boldsymbol{BCK}$ *и* $\boldsymbol{ABT}$ *равнобедренные, а поэтому равны зелёные углы (пусть* $\boldsymbol{\alpha}$*) и равны красные (пусть* $\boldsymbol{\beta}$*). Нам нужно по сути проверить, что в треугольнике* $\boldsymbol{KAH}$ $\boldsymbol{\alpha+\beta=90^\circ}$. *Заметим, что* $\boldsymbol{\angle ABC=2\alpha}$ *как внешний в треугольнике* $\boldsymbol{ABT}$. *Поэтому сумма углов треугольника* $\boldsymbol{BCK}$ $\boldsymbol{180^\circ=2\alpha+2\beta}$. *Сокращая на* **2**, *получим требуемое.*