

# Единая экзаменационная работа по математике для поступающих в восьмые профильные классы тренировочный вариант А (более сложный)

1] Вычислите:  $0,15 \cdot 0,35 \cdot 5,12 \cdot 312,5$ .

$$0,15 \cdot 0,35 \cdot 5,12 \cdot 312,5 = \frac{15}{100} \cdot \frac{35}{100} \cdot \frac{512}{100} \cdot \frac{3125}{10} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2^9 \cdot 5^5}{10^7} = \frac{21 \cdot 5^7 \cdot 2^9}{2^7 \cdot 5^7} = 84.$$

*Непосредственное умножение десятичных дробей приводит к вычислительным трудностям.*

2] Упростите выражение  $(x^2 - y - 2)(1 + y) - (x - y)(x + y + xy) - xy^2$ . Укажите какие-нибудь значения переменных  $x$  и  $y$ , при которых значение этого выражения равно нулю.

$$(x^2 - y - 2)(1 + y) - (x - y)(x + y + xy) - xy^2 = -3y - 2.$$

*Это выражение не зависит от  $x$  и обращается в ноль при  $y = -\frac{2}{3}$  и любом  $x$ .*

3] Аня прошла 8 км со скоростью 4 км/ч, а потом какое-то время бежала со скоростью 8 км/ч. Средняя скорость движения Ани на всём пути составила 5 км/ч. Сколько времени Аня бежала?

*Аня шла 2 часа. Пусть Аня бежала  $t$  часов и пробежала  $8t$  км. Тогда она всего за  $t + 2$  часа переместилась на  $8 + 8t$  км. По условию  $5(t + 2) = 8 + 8t$ . Решая это уравнение, найдём  $t = \frac{2}{3}$ .  
Ответ: Аня бежала 40 минут.*

*Следует помнить, что средняя скорость — никакое не среднее арифметическое каких-то скоростей, а отношение всего пройденного пути ко всему времени движения.*

4] На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  выбрана точка  $L$ , а на боковой стороне  $AB$  — точка  $K$  так, что  $KL \parallel BC$ . Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  пересекает отрезок  $LK$  в точке  $T$ . Докажите, что  $KB = KT$ .

*У равнобедренного треугольника медиана к основанию является и биссектрисой, поэтому  $\angle ABM = \angle CBM$ . Также  $\angle CBM = \angle KTB$  как внутренние накрест лежащие углы при параллельных  $BC$  и  $LK$  и секущей  $BT$ . Поэтому  $\angle KBT = \angle KTB$ , то есть треугольник  $KTB$  равнобедренный по признаку (углы при основании равны). Это и означает, что  $KB = KT$ .*

5] Лёша дошел от дома до школы и сразу же вернулся обратно. График его движения изображен на рисунке. Его брат Сережа вышел из дома одновременно с Лёшей, также дошёл до школы и сразу вернулся домой, но по пути в школу Серёжа шел вдвое быстрее Лёши, а назад — в четыре раза медленнее. Перечертите аккуратно рисунок и изобразите на нём график движения Сережи. При помощи графиков ответьте на вопросы:

а) Сколько минут Лёша был ближе к школе, чем Сережа?

б) Чему равнялось максимальное расстояние между мальчиками?

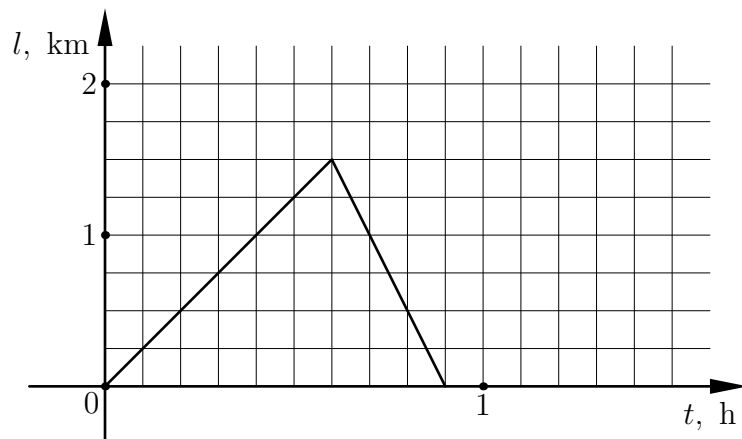
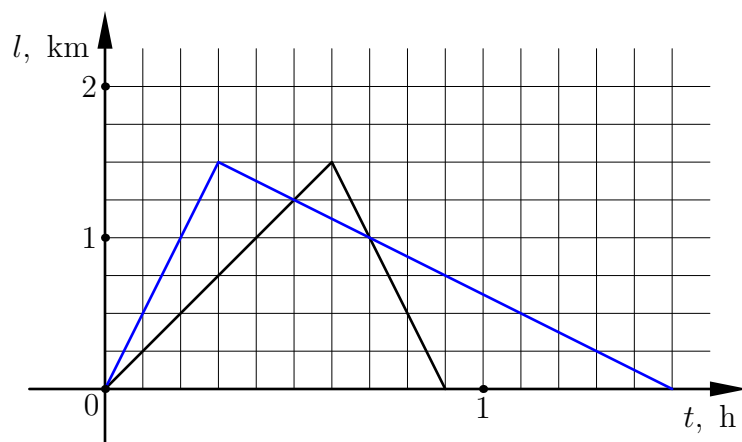


График движения Серёжи показан на рисунке синим цветом. В школу Лёша шёл **36** минут (6 клеток по оси времени, каждая клетка 6 минут, потому что час разделён на десять клеток), значит Серёжа **18** минут. Обратный путь Лёша проделал за **18** минут (3 клетки), а Серёжа — за **72** минуты (12 клеток).



Лёша был ближе к школе, когда чёрный график был выше синего. Это две клетки, то есть **12** минут.

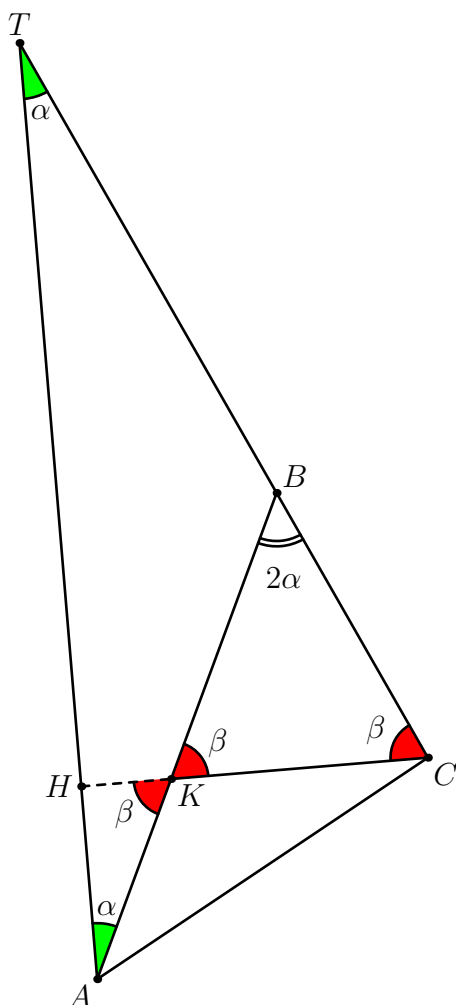
Максимальное расстояние между мальчиками, как несложно видеть из графика — три клетки по вертикальной оси. Они соответствуют **750** метрам, так как 1 км это четыре клетки.

Любопытно, что расстояние было максимальным дважды — в момент, когда Серёжа дошёл до школы, и в момент, когда Лёша вернулся домой.

**6** На острове 75% всех мужчин женаты и 80% всех женщин замужем. Какая часть населения острова состоит в браке?

Если семей на острове  $N$ , то мужчин  $N : 0,75 = \frac{4N}{3}$ , женщин  $N : 0,8 = \frac{5N}{4}$ . Итак, всего на острове  $\frac{4N}{3} + \frac{5N}{4} = \frac{31N}{12}$  человек, в браке  $2N$ , так что нам нужно найти  $2N : \frac{31N}{12} = \frac{24}{31}$ . Это и есть ответ.

**7** На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отметили точку  $K$  так, что  $KB = BC$ , а на продолжении стороны  $BC$  за точку  $B$  отметили точку  $T$  так, что  $AB = BT$ . Докажите, что прямые  $AT$  и  $CK$  перпендикулярны.



По условию треугольники  $BCK$  и  $ABT$  равнобедренные, а поэтому равны зелёные углы (пусть  $\alpha$ ) и равны красные (пусть  $\beta$ ). Нам нужно по сути проверить, что в треугольнике  $KAH$   $\alpha + \beta = 90^\circ$ . Заметим, что  $\angle ABC = 2\alpha$  как внешний в треугольнике  $ABT$ . Поэтому сумма углов треугольника  $BCK$   $180^\circ = 2\alpha + 2\beta$ . Сокращая на  $2$ , получим требуемое.

8 У терпеливого Саша есть гири массой 1 г, 2 г, 3 г, ..., 20 г. Он их расставил в ряд всеми возможными способами и для каждого способа записал наименьшую разницу в весе между соседними гирями в ряду. Каково самое большое из записанных Сашей чисел? Объясните свой ответ.

Ответ: 10.

Число 10 Саша запишет, потому что среди расстановок ему встретится и такая:

10, 20, 9, 19, 8, 18, ..., 1, 11.

Нетрудно проверить, что все разницы тут равны 10 или 11, так что Саша запишет 10.

Чисел, больших 10, у Саша не будет, потому что в любой расстановке у гири 20 г есть хотя бы одна соседняя, но разница между их массами не может превышать 10, а значит и наименьшая разница для этой перестановки тоже не превысит 10.